

正則項の木変換器による書き換え

岩見 宗弘

本論文では、決定性トップダウン木変換器を用いて、正則項を無限に書き換えてその極限として無限項が得られるならば、その無限項は正則項であることを証明する。また、この結果は、決定性マクロ木変換器に対しては成立しないことを反例をあげて示す。この報告は現在進行中のものである。

1 はじめに

木変換器は木オートマトンに出力関数を付け加えたものである [3] [4]。木変換器は入力木を読み込み、出力として木を生成する。

木変換器の定義から、木変換器の遷移規則の集合は項書き換えシステムと見做すことができる [10]。項書き換えシステムは等式論理に基づいた計算モデルである [2] [14]。

正則項は相異なる部分項が有限個である無限項である [6]。また、正則項は有限表現をもつ無限項である。さらに、正則項に対する書き換えに関して研究が行われている [5] [1] [11]。

本論文では、決定性トップダウン木変換器を用いて、正則項を無限に書き換えてその極限として無限項が得られるならば、その無限項は正則項であることを証明する。また、この結果は、決定性マクロ木変換器に対しては成立しないことを反例をあげて示す。この報告は現在進行中のものである。

2 準備

本節では、本論文で使用する無限項書き換えシステムに関する定義や記法を与える。詳細は文献 [7] [12] [13] [14] などを参考にして頂きたい。

項数が固定された関数記号の集合を \mathcal{F} 、変数の可算無限集合を \mathcal{V} と記す ($\mathcal{F} \cap \mathcal{V} = \emptyset$ とする)。関数記号 $f \in \mathcal{F}$ の項数を $arity(f)$ と記す。 $\mathcal{F}_n = \{f \in \mathcal{F} \mid arity(f) = n \in \mathbb{N}\}$ とする。 \mathcal{F}_0 に属する関数記号を定数と呼ぶ。 n 個の変数の集合を \mathcal{V}_n と記す。 \mathbb{N}^+ を正整数集合とし、正整数の有限列の集合を \mathbb{N}^{+*} と記す。有限列 $p \in \mathbb{N}^{+*}$ の長さを $|p|$ 、有限列 $p, q \in \mathbb{N}^{+*}$ の連結を $p.q$ と記す。部分関数 $t: \mathbb{N}^{+*} \rightarrow \mathcal{F} \cup \mathcal{V}$ のうち、以下の条件を満たすものを \mathcal{F}, \mathcal{V} 上の項とよぶ: (1) $t(\epsilon) \in \mathcal{F} \cup \mathcal{V}$; (2) 任意の $p \in \mathbb{N}^{+*}$ について、 $t(p.i) \in \mathcal{F} \cup \mathcal{V} \iff t(p) \in \mathcal{F}_n$ かつ $1 \leq i \leq n$ 。ここで、 ϵ は空列を表す。

項 $t \in T^{inf}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ の定義域 $Pos(t) = \{p \in \mathbb{N}^{+*} \mid t(p) \in \mathcal{F} \cup \mathcal{V}\}$ の要素を t における位置とよぶ。特に、位置 ϵ を根位置とよぶ。 $p \notin Pos(s)$ なる $p \in \mathbb{N}^{+*}$ に対して、 $s(p) = \perp$ と便宜的に定義する。ただし、 \perp は $\perp \notin \mathcal{F} \cup \mathcal{V}$ なる定数とする。このとき、 $s = t \iff \forall p \in Pos(s). s(p) = t(p)$ が成立する。項 t に出現する変数集合を $\mathcal{V}(t)$ と表す。 $\mathcal{V}(t) = \emptyset$ なる項を基底項という。基底項の集合を $T^{inf}(\mathcal{F})$ と記す。位置集合 $Pos(t)$ が有限集合であるとき、項 t を有限項であるという。有限項の集合を $T^{fin}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ と記す。

Rewriting of Rational Terms by Tree Transducer*

This is an unrefereed paper. Copyrights belong to the Author(s).

Munehiro Iwami, 島根大学総合理工学部知能情報デザイン学科, Dept. of Information Systems and Design and Data Science, Shimane University.

有限項と特に区別するときには、項を無限項とよぶこともある。位置 $p \in \text{Pos}(t)$ における項 t の部分項 $t|_p$ を $t|_p(q) = t(p.q)$ により定義する。特に、 $p \neq \epsilon$ のとき、 $t|_p$ を t の真部分項とよび、 $t(p) \notin \mathcal{V}$ のとき、 $t|_p$ を t の非変数部分項とよぶ。関数記号 $f \in \mathcal{F}_n$ および項 $t_1, \dots, t_n \in T^{inf}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ に対して、(1) $t(\epsilon) = f$; (2) $t(i.p) = t_i(p)$ ($1 \leq i \leq n, p \in \mathbb{N}^{+*}$) により定義される項 t を $f(t_1, \dots, t_n)$ と記す。位置集合上の接頭辞順序を $p \leq q \Rightarrow \exists r \in \mathbb{N}^{+*}. q = p.r$ により定義する。 $p \leq q$ となるとき、 p は q の上に (q は p の下に) 位置するという。ある位置 q および正整数 $i < j$ が存在して、 $q.i \leq p_1$ かつ $q.j \leq p_2$ となるとき、 p_1 は p_2 の左に (p_2 は p_1 の右に) 位置するといふ。 $p < q \Rightarrow p \leq q \wedge p \neq q$ と定義する。

関数 $\sigma: \mathcal{V} \rightarrow T^{inf}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ を代入とよぶ。代入 σ を項 $t \in T^{inf}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ に適用した結果 $\sigma(t)$ を、以下のように定義する： $\sigma(t)(p) = \sigma(t(p_0))(p_1)$ ($p = p_0.p_1$ かつ $t(p_0) \in \mathcal{V}$ を満たす $p_0, p_1 \in \mathbb{N}^{+*}$ が存在する場合); $\sigma(t)(p) = t(p)$ (それ以外の場合)。直感的には、 $\sigma(t)$ は t に出現する変数 $x \in \mathcal{V}$ を $\sigma(x)$ により置き換えた結果得られる項を表す。代入 $\sigma: \mathcal{V} \rightarrow T^{inf}(\mathcal{F})$ を基底代入とよぶ。代入 σ の定義域 $\{x \in \mathcal{V} \mid \sigma(x) \neq x\}$ を $\text{dom}(\sigma)$ と記す。 $\text{dom}(\sigma) = \{x_1, \dots, x_n\}$, $\sigma(x_i) = u_i$ なる代入を $\{x_1 := u_1, \dots, x_n := u_n\}$ とも記す。 $\text{dom}(\sigma)$ が有限かつ任意の $x \in \text{dom}(\sigma)$ について $\sigma(x) \in T^{fin}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ なるとき、 σ を有限代入とよぶ。 $\sigma(t)$ を $t\sigma$ とも記す。 $\square \notin \mathcal{F} \cup \mathcal{V}$ なる定数 \square (ホールとよぶ) を考える。 $T^{inf}(\mathcal{F} \cup \{\square\}, \mathcal{V})$ の要素 C のうち、 $\{p \in \mathbb{N}^{+*} \mid C(p) = \square\}$ が有限集合となるものを文脈とよぶ。 $C \in T^{inf}(\mathcal{F} \cup \{\square\}, \mathcal{V})$ が $\{p_1, \dots, p_n\} = \{p \in \mathbb{N}^{+*} \mid C(p) = \square\}$ かつ任意の $i < j$ について p_i が p_j より左に位置するとき、 C を $C[\dots, \dots]_{p_1, \dots, p_n}$ と記す。文脈 $C[\dots, \dots]_{p_1, \dots, p_n}$ と項 $t_1, \dots, t_n \in T^{inf}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ に対して、項 $t = C[t_1, \dots, t_n]_{p_1, \dots, p_n}$ を以下のように定義する： $t(p) = t_i(q)$ ($\exists i, q. p = p_i.q$ の場合); $t(p) = C(p)$ (それ以外の場合)。直感的には、 $C[t_1, \dots, t_n]_{p_1, \dots, p_n}$ は文脈 C に出現するホールを左から順に t_1, \dots, t_n に置き換えて得られる項を表す。また、ホールの出現をちょうど1つもつ文脈を $C[\]_p$ と記す。さらに、項

s の位置 p の部分項 s_p をホールに置き換えて得られる文脈を $s[\]_p$ と表す。

等式を $s \approx t$ と表す。ただし、ここでは $s, t \in T^{inf}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ とする。等式 $s \approx t$ の左辺は s 、右辺は t をさし、等式の左辺と右辺を区別する。代入 σ を等式集合 $\{x \approx \sigma(x) \mid x \in \text{dom}(\sigma)\}$ と同一視することがある。等式 $l \approx r$ が以下の条件を満たすとき、これを書き換え規則とよび、 $l \rightarrow r$ と記す：(1) l と r は有限項、(2) $l \notin \mathcal{V}$ 、(3) $\mathcal{V}(r) \subseteq \mathcal{V}(l)$ 。書き換え規則の集合 \mathcal{R} を無限項書き換えシステムとよぶ。項における任意の変数の出現が高々1回するとき、線形であるといい、任意の書き換え規則の左辺が線形であるとき、 \mathcal{R} を左線形であるといふ。

項 $s, t \in T^{inf}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ に対して、書き換え規則 $l \rightarrow r \in \mathcal{R}$ 、代入 ρ 、文脈 $C[\]_p$ が存在して、 $s = C[l\sigma]_p$ かつ $t = C[r\sigma]$ となるとき、 $s \rightarrow_{p, \mathcal{R}} t$ と記す。これを位置 p における項 s から項 t への簡約または書き換えステップとよぶ。根位置 ϵ における簡約を根書き換えとよぶ。部分項 $s|_p$ をリデックスとよぶ。文脈から明らかな場合もしくは必要がない場合は p, \mathcal{R} を省略する。 $\rightarrow_{\mathcal{R}}$ の反射推移閉包を $\rightarrow_{\mathcal{R}}^*$ と記し、 $\rightarrow_{\mathcal{R}}$ の推移閉包を $\rightarrow_{\mathcal{R}}^+$ と記す。項 s が正規であるとは、 $s \rightarrow_{\mathcal{R}} t$ なる項 t が存在しないときをいう。正規項の集合を NF と記す。構成子項である正規項を構成子正規項とよぶ。項 s の正規形とは、 $s \rightarrow_{\mathcal{R}}^* t \in NF$ なる項 t をいう。

等式集合 E の単一化子とは、任意の $s \approx t \in E$ に対して $s\sigma = t\sigma$ となる代入 σ をいう。等式集合 E の単一化子の集合を $Unif^{inf}(E)$ と記す。 $Unif^{inf}(E) \neq \emptyset$ であるとき、等式集合 E は単一化可能であるといふ。等式集合 $\{s \approx t\}$ が単一化可能であるとき、 s と t が単一化可能であるといふ。しばしば、代入を限定して単一化可能性を考えることがある。特に、等式集合 E が有限項上で単一化可能であるとは、有限代入であるような $Unif^{inf}(E)$ の要素があることをいう。

$l_1 \rightarrow r_1, l_2 \rightarrow r_2$ を項書き換えシステム \mathcal{R} の書き換え規則とする。ただし、 $l_1 \rightarrow r_1$ と $l_2 \rightarrow r_2$ が等しい場合を含むとする。 $\mathcal{V}(l_1) \cap \mathcal{V}(l_2) = \emptyset$ となるように $l_1 \rightarrow r_1$ から変数の名前替えを行って得られる書き換え規則を $l'_1 \rightarrow r'_1$ とおく。 l'_1 と l_2 の非変数部分項

$l_2|_p$ が有限項上で単一化可能となるとき, $l_1 \rightarrow r_1$ と $l_2 \rightarrow r_2$ は重なりをもつといい, $l_1 \rightarrow r_1$ と $l_2 \rightarrow r_2$ が等しくないまたは $p \neq \epsilon$ のとき, 非自明な重なりをもつという. 非自明な重なりをもつ書き換え規則が \mathcal{R} に含まれるとき, \mathcal{R} は重なりをもつという. 左線形かつ重なりをもたないとき, \mathcal{R} は直交性をもつという.

最小の無限順序数を ω で表す. 項 s と t の距離 $d(s, t)$ を次のように定義する: $s = t$ のとき $d(s, t) = 0$; $s \neq t$ のとき $d(s, t) = 2^{-k}$ ($k = \min\{|p| \mid s(p) \neq t(p)\}$). 実数列 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ が極限 α_ω に収束するとは, 次の式が成立するときをいう: $\forall \epsilon > 0, \exists n_0, \forall n > n_0. |\alpha_n - \alpha_\omega| < \epsilon$. このとき, $\lim_{n \rightarrow \omega} \alpha_n = \alpha_\omega$ と表す. また, 実数列 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ が無限大に発散するとは, 次の式が成立するときをいう: $\forall \epsilon > 0, \exists n_0, \forall n > n_0. \epsilon < \alpha_n$. このとき, $\lim_{n \rightarrow \omega} \alpha_n = \infty$ と表す.

α を $\alpha > 0$ なる順序数とする. 関数 $A : \alpha \rightarrow T^{inf}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ が任意の β ($0 \leq \beta + 1 < \alpha$) について $A(\beta) \rightarrow_R A(\beta + 1)$ を満たすとき, A を書き換え列 (超限書き換え列) という. ここで, $\alpha = \{\beta \mid \beta < \alpha\}$ であることに注意する. 特に $\alpha < \omega$ であるとき A を有限書き換え列, $\alpha = \omega$ であるとき A を無限書き換え列とよぶ. ただし, 本論文で用いるのは有限もしくは無限の書き換え列のみである. 文脈から明らかな場合, $A(i) = t_i$ ($0 \leq i \leq n$) なる有限書き換え列 $A : n + 1 \rightarrow T^{inf}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ を $t_0 \rightarrow_{\mathcal{R}} t_1 \rightarrow_{\mathcal{R}} \dots \rightarrow_{\mathcal{R}} t_n$ と書き, $A(i) = t_i$ ($0 \leq i < \omega$) なる無限書き換え列 $A : \omega \rightarrow T^{inf}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ を $t_0 \rightarrow_{\mathcal{R}} t_1 \rightarrow_{\mathcal{R}} \dots$ と書く.

無限書き換え列 $t_0 \rightarrow_{p_0, \mathcal{R}} t_1 \rightarrow_{p_1, \mathcal{R}} t_2 \rightarrow_{p_2, \mathcal{R}} \dots$ が極限 t_ω に弱収束するとは $\lim_{n \rightarrow \omega} d(t_n, t_\omega) = 0$ であるときをいい, このような極限が存在するとき, 無限書き換え列は弱収束性をもつという. また, $\lim_{n \rightarrow \omega} |p_n| = \infty$ であるとき, 無限書き換え列は強収束性をもつという. 強収束な無限書き換え列は弱収束となる. 強収束な無限書き換え列 $t_0 \rightarrow_{p_0, \mathcal{R}} t_1 \rightarrow_{p_1, \mathcal{R}} t_2 \rightarrow_{p_2, \mathcal{R}} \dots$ の極限が t_ω となるとき, $t_0 \rightarrow_{\mathcal{R}} t_\omega$ と記す. 例えば, $\mathcal{R} = \{a \rightarrow f(a)\}$ とおくと, $a \rightarrow_{\mathcal{R}} f(a) \rightarrow_{\mathcal{R}} f(f(a)) \rightarrow_{\mathcal{R}} \dots$ は強収束な無限書き換え列であり, その極限は

$f(f(f(\dots)))$ となる. $\mathcal{R} = \{f(x) \rightarrow f(x)\}$ とおくと, $f(a) \rightarrow_{\mathcal{R}} f(a) \rightarrow_{\mathcal{R}} \dots$ は弱収束であるが強収束ではない無限書き換え列である. 項 s が項 t の ω -正規形であるとは, s が t の正規形であるかまたは t から始まる強収束な無限書き換え列が存在して, その極限が s となるときをいう.

3 正則項

本節では, 正則項, 正則システムや正則項上の書き換えについて述べる. 詳細は文献[11]などを参照して頂きたい.

定義 1 (正則項[11]) 項 $t \in T^{inf}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ が正則であるとは, t の部分項集合 $\{t|_p \mid p \in Pos(t)\}$ が有限であるときをいう. 明らかに, 有限項は常に正則である.

例 2 ([11]) $g, h \in \mathcal{F}_1$ とする. t を任意の $n \geq 0$ に対して $t(1^n) = g$ かつそれ以外は未定義により与えられる部分関数であるとする. ここで, 1^n は長さ n の 1 の列である. 直感的に, t は無限項 $t = g(g(g(\dots)))$ である. 実際, t の部分項集合は $\{t\}$ により与えられる, すなわち, すべての部分項は t に等しい. このように, t は正則項である. 同様に, $u = g(h(g(h(\dots))))$ を考える. このとき, u の部分項集合は $\{u, h(u)\}$ に等しい. よって, u は正則項である.

正則システムは等式の有限集合 $E = \{x_1 = t_1, \dots, x_n = t_n\}$ であり, 次の条件を満たす: (1) 左辺 x_1, \dots, x_n は相互に異なる変数である, かつ, (2) 任意の $1 \leq i \leq n$ に対して, 右辺 t_i は有限項である. 正則システムの定義域を $Dom(E) = \{x_1, \dots, x_n\}$ とし, その値域を $Ran(E) = \{t_1, \dots, t_n\}$ とする. $y = t \in E$ ならば $E(y) = t$ と記す. 変数 $x_i \in Dom(E)$ がループであるとは, $x_i = t_{i_1}$ かつ各 $1 \leq j \leq k$ に対して $t_{i_j} = x_{i_{(j \bmod k)+1}}$ が成り立つ $1 \leq i_1, \dots, i_k \leq n$ が存在するときをいう. ループでなければ, $x_i \in Dom(E)$ は非ループである. \perp を新しい定数とし, $\mathcal{F}_\perp = \mathcal{F} \cup \{\perp\}$ とする. 各 $x_i \in Dom(E)$ に対して, 項 $E^*(x_i) \in T^{inf}(\mathcal{F}_\perp, \mathcal{V})$ を次のように定義する: $E^*(x_i)(p) =$

$$\left\{ \begin{array}{ll} t_i(p) & p \in \text{Pos}(t_i) \text{ かつ } t_i \notin \text{Dom}(E) \text{ のとき} \\ \perp & t_i(p) = x_j \in \text{Dom}(E) \text{ かつ} \\ & x_j \text{ はループであるとき} \\ E^*(x_j)(q) & p = p'.q \text{ である } p' \text{ が存在し,} \\ & t_i(p') = x_j \in \text{Dom}(E) \text{ かつ} \\ & x_j \text{ は非ループであるとき} \\ \text{未定義} & \text{その他のとき} \end{array} \right.$$

$E^*(x) = t$ のとき, 組 $\langle E, x \rangle (E_x \text{ と省略する})$ を t の表現とよぶ.

例 3 ([11]) u を例 2 の項とする. $E = \{x = g(y), y = h(x)\}$ とする. このとき, $u = E^*(x)$ かつ E_x は u の表現である. E を関数と同一視すると, $E^0(x) = x, E^1(x) = g(y), E^2(x) = g(h(x)), E^3(x) = g(h(g(y))), \dots$ となり, この極限が u である. 一方で, $F = \{x = y, y = x\}$ を考える. このとき, $F^0(x), F^1(x), F^2(x), F^3(x), \dots$ は x, y, x, y, \dots となり, 収束しない. $F^*(x) = \perp$ であることに注意する. すべての等式 $x = t$ に対して, x がループであるとき, $x = \perp$ で置き換えることにより非ループな正則システムが得られることに注意する.

したがって, \mathcal{F} が定数 \perp を含むと仮定する.

E を正則システムかつ $x \in \text{Dom}(E)$ とする. このとき, $\mathcal{U}_E(x)$ を次の条件を満たす最小の集合と定義する: (1) $x \in \mathcal{U}_E(x)$, かつ, (2) $y \in \mathcal{U}_E(x)$ かつ $y = t \in E$ のとき, $\mathcal{V}(t) \cap \text{Dom}(E) \subseteq \mathcal{U}_E(x)$. $y \in \mathcal{U}_E(x)$ のとき, $y \sqsubseteq_E x$ と記す. E が文脈から明らかな場合, 添え字 E を省略する. 次に, 各 $y \sqsubseteq x$ に対して, $SP_{E_x}(y)$ を次の条件を満たす最小の集合として定義する: (1) $\epsilon \in SP_{E_x}(x)$, かつ, (2) $p \in SP_{E_x}(z)$ かつ $t_q = y$ である等式 $z = t \in E$ が存在するとき, $p.q \in SP_{E_x}(y)$. また, $y \sqsubseteq x$ に対して, $SP_{E_x}(y) = \emptyset$ と定義する. 直感的には, $SP_{E_x}(y)$ は $y \in \text{Dom}(E)$ に対応する $E^*(x)$ に属する位置の集合である. 最後に, 任意の集合 $W \subseteq \mathcal{U}_E(x)$ に対して, $SP_{E_x}(W) = \bigcup_{y \in W} SP_{E_x}(y)$ とする.

例 4 ([11]) $E = \{x = f(y, x), y = g(z), z = h(y)\}$ を正則システムとする. このとき, $\mathcal{U}_E(x) = \{x, y, z\}, \mathcal{U}_E(y) = \mathcal{U}_E(z) = \{y, z\}$ である. $E^*(y) = g(h(g(h(\dots)))) = s$ とすると, $E^*(x) = f(s, f(s, f(\dots)))$ である. いま, $SP_{E_x}(x) = \{2^n \mid$

$n \geq 0\}, SP_{E_x}(y) = \{2^n.1^{2m+1} \mid n, m \geq 0\}$ かつ $SP_{E_x}(z) = \{2^n.1^{2m+2} \mid n, m \geq 0\}$ である.

次の条件を満たすとき, 正則システム $E = \{x_1 = t_1, \dots, x_n = t_n\}$ が標準であるという: (i) $t_i \in \mathcal{V} \setminus \text{Dom}(E)$, または, (ii) $f \in \mathcal{F}_m$ かつ $y_1, \dots, y_m \in \text{Dom}(E)$ に対して, $t_i = f(y_1, \dots, y_m)$. E が標準であるとき, 表現 $\langle E, x \rangle$ (または E_x) は標準であるという. 任意の正則システム E から, 次の条件を満たす標準な正則システム F が構成できることが知られている: (i) $\text{Dom}(E) \subseteq \text{Dom}(F)$, (ii) 任意の $x \in \text{Dom}(E)$ に対して, $E^*(x) = F^*(x)$, かつ (iii) $y \sqsubseteq x$ である任意の $x, y \in \text{Dom}(E)$ に対して, $SP_{E_x}(y) = SP_{F_x}(y)$.

定義 5 (開発書き換えステップ [11]) \mathcal{R} を直交な無限項書き換えシステムかつ s, t を正則項とする. 開発書き換えステップ $s \rightarrow_{\mathcal{R}} t$ を次の条件を満たす場合に定義する: s と t の表現 E_s と F_t がそれぞれ存在して, $\text{Dom}(E_s) = \text{Dom}(F_t)$ かつ $W \subseteq \text{Dom}(E_s)$ であり, (1) 任意の $y \in \text{Dom}(E_s) \setminus W$ に対して, $E_s(y) = F_t(y)$, かつ (2) 任意の $y \in W$ に対して, 書き換え規則 $l \rightarrow r \in \mathcal{R}$ と代入 ρ が存在して, $E_s(y) = l\rho$ かつ $F_t(y) = r\rho$ が成り立つ.

書き換えステップ $s \rightarrow_{\mathcal{R}} t$ は $\langle E_s, F_t, W \rangle$ により指定される, または, $s \rightarrow_{\mathcal{R}} t$ は E_s の W 上に書き換え規則を適用して得られる書き換えステップであるという. 文脈から \mathcal{R} が明らかな場合は, $s \rightarrow_{\mathcal{R}} t$ を $s \rightarrow t$ と略する. 書き換えステップのリデックス位置の集合は $\Gamma = SP_{E_x}(W)$ により与えられ, リデックスの位置を明示するときは $s \rightarrow_{\Gamma} t$ と記す. 書き換えステップは複数の表現により指定されることに注意する.

例 6 ([11]) $\mathcal{F} = \{f, g, h, \perp\}$ かつ $\mathcal{R} = \{f(x, y) \rightarrow f(y, x), g(x, y) \rightarrow g(y, x)\}$ とする. $E = \{x = f(x, y), y = g(y, y)\}, F = \{x = f(y, x), y = g(y, y)\}$ を正則システムとする. $W = \{x\}$ とする. このとき, 書き換えステップ $s \rightarrow_{\Gamma} t$ を得る. ここで, $s = E^*(x), t = F^*(x)$ and $\Gamma = SP_{E_x}(W) = \{1^n \mid n \geq 0\}$ である. この書き換えステップは $\langle E_x, F_x, W \rangle$ により指定される. 次に, $G = \{x = f(z, y), y = g(z, x), z = h(z)\}$ かつ $H = \{x =$

$f(y, z), y = g(x, z), z = h(z)$ と仮定する. このとき, $G^*(x) \rightarrow_{\mathcal{R}} H^*(x)$ である. 書き換えステップ $G^*(x) \rightarrow_{\mathcal{R}} H^*(x)$ は $\langle E_x, F_x, \{x, y\} \rangle$ により指定される. この例では, 1 回の開発書き換えステップにおいて異なる書き換え規則を使用することができる.

4 木変換器

本節では, トップダウン木変換器とマクロ木変換器の定義を述べる.

定義 7 (トップダウン木変換器 [4]) トップダウン木変換器は 5 項組 $T = \langle Q, \mathcal{F}, \mathcal{F}', q_0, R \rangle$ で定義する. ここで, Q は項数 1 の状態集合, $\mathcal{F}, \mathcal{F}'$ はそれぞれ入力記号と出力記号の空ではない有限集合, q_0 は初期状態, R は次の遷移規則の集合とする: $q(f(x_1, \dots, x_n)) \rightarrow C[q_1(x_{i_1}), \dots, q_p(x_{i_p})]$. ここで, $f \in \mathcal{F}_n, C \in T^{fin}(\mathcal{F}' \cup \{\square\}), C \neq \square, q, q_1, \dots, q_p \in Q, x_{i_1}, \dots, x_{i_p} \in \mathcal{V}_n$.

$Q \cup \mathcal{F} \cup \mathcal{F}'$ を関数記号の集合 \mathcal{F}'' と考えると, R の遷移規則は書き換え規則の定義を満たす. よって, 遷移規則の集合 R を無限項書き換えシステムと見做すことができる.

$s, t \in T^{inf}(\mathcal{F} \cup \mathcal{F}' \cup Q)$ に対して, 遷移規則 $l \rightarrow r \in R$, 基底代入 $\sigma : \mathcal{V} \rightarrow T^{inf}(\mathcal{F})$, 文脈 $D[] \in T^{inf}(\mathcal{F} \cup \mathcal{F}' \cup Q \cup \{\square\})$ が存在して, $s = D[l\sigma]$ かつ $t = D[r\sigma]$ となるとき, $s \rightarrow_T t$ と記す.

基底項 $s \in T^{inf}(\mathcal{F})$ から基底項 $t \in T^{inf}(\mathcal{F}')$ への T の有限変換は, 有限書き換え列 $q_0(s) \rightarrow_T^* t$ である. 基底項 $s \in T^{inf}(\mathcal{F})$ から基底項 $t \in T^{inf}(\mathcal{F}')$ への T の無限変換は, 強収束な無限書き換え列 $q_0(s) \rightarrow_T^\infty t$ である.

定義 8 (決定性 [8]) トップダウン木変換器 $T = \langle Q, \mathcal{F}, \mathcal{F}', q_0, R \rangle$ が決定的であるとは, 以下の条件を満たすときをいう: 任意の $n \geq 0$ に対して, $f \in \mathcal{F}_n$ かつ $q \in Q$ とする. このとき, 左辺が $q(f(x_1, \dots, x_n))$ である R に属する遷移規則が高々 1 つ存在する. 任意の遷移規則の右辺が線形であるとき, トップダウン木変換器 T は線形であるという. 任意の遷移規則 $l \rightarrow r \in R$ に対して, $\mathcal{V}(l) = \mathcal{V}(r)$ であるとき, トップダウン木変換器 T は非消去的であるという.

ここで, トップダウン木変換器の例を与える. 次の例は, 文献 [8] 中の例を改良したものである.

例 9 ([8]) 次の非線形な決定性トップダウン木変換器 $T = \langle Q, \mathcal{F}, \mathcal{F}', q_0, R \rangle$ を考える. このとき, $Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \mathcal{F} = \{f, a, e\}, \mathcal{F}' = \{g, d, c, b, h\}$ かつ R は次の遷移規則からなる:

$$R = \begin{cases} q_0(f(x, y)) \rightarrow g(d(q_1(y), q_2(x), q_1(x))) \\ q_1(a(x)) \rightarrow g(q_1(x)) \\ q_1(e) \rightarrow b \\ q_2(a(x)) \rightarrow c(q_2(x)) \\ q_2(e) \rightarrow h \end{cases}$$

有限な基底項を $s = f(a(e), e) \in T^{fin}(\mathcal{F})$ とする. このとき,

$$\begin{aligned} q_0(s) &= q_0(f(a(e), e)) \\ &\rightarrow_T^* g(d(q_1(e), q_2(a(e)), q_1(a(e)))) \\ &\rightarrow_T^* g(d(b, c(q_2(e))), g(q_1(e))) \\ &\rightarrow_T^* g(d(b, c(h), g(b))) = t \in T^{fin}(\mathcal{F}') \end{aligned}$$

すなわち, s から t を T の有限変換で得ることができる.

次に, マクロ木変換器の定義を与える. マクロ木変換器はトップダウン木変換器の自然な拡張であると考えられる. マクロ木変換器の遷移規則の右辺において, 項数が 1 より大きい状態の出現を許し, かつ, 状態の重なりも許す. また, 通常の変数とパラメータの 2 種類の変数を用いる.

定義 10 (右辺 [9]) Q と \mathcal{F}' をそれぞれ関数記号集合とする. $m, n \geq 0$ とする. Q と \mathcal{F}' 上の m 変数集合 \mathcal{V}_m と n パラメータ集合 Y_n をもつ右辺 $RHS(Q, \mathcal{F}', m, n)$ の集合は, 次の 3 つの条件を満たす最小の集合 $rhs \subseteq T^{fin}(Q \cup \mathcal{F}', \mathcal{V}_m \cup Y_n)$ である: (i) $Y_n \subseteq rhs$. (ii) $f \in \mathcal{F}'_k$ ($k \geq 0$) と $t_1, \dots, t_k \in rhs$ に対して, $f(t_1, \dots, t_k) \in rhs$. (iii) $q \in Q_{k+1}$ ($k \geq 0$), $x_i \in \mathcal{V}_m$ かつ $t_1, \dots, t_k \in rhs$ に対して, $q(x_i, t_1, \dots, t_k) \in rhs$. ここで, Q_{k+1} は項数 $k+1$ の状態集合を表す.

例 11 ([9]) 例えば, $m = 3, n = 4$ とする. このとき, $f(a, q(x_1, g(q'(x_1, y_2, a))), y_1)$ は右辺 $RHS(Q, \mathcal{F}', 3, 4)$ の集合に属する. ここで, $a \in \mathcal{F}'_0, g \in \mathcal{F}'_1, f \in \mathcal{F}'_3, q \in Q_2, q' \in Q_3, x_1 \in \mathcal{V}_3$ かつ $y_1, y_2 \in Y_4$ である. すなわち, 状態 q と q' の項数

はそれぞれ2と3である。状態 q と q' は重なりをもつ。 x_1 は変数であり, y_1, y_2 はパラメータである。

定義 12 (マクロ木変換器[9]) マクロ木変換器は5項組 $\langle Q, \mathcal{F}, \mathcal{F}', q_0, R \rangle$ で定義される。ここで, Q は状態集合 (各状態は少なくとも項数1をもつ), \mathcal{F} は入力記号集合, \mathcal{F}' は出力記号集合, q_0 は項数1の初期状態, R は次の遷移規則の有限集合である:
 $q(f(x_1, \dots, x_m), y_1, \dots, y_n) \rightarrow t$. ここで, $m, n \geq 0, q \in Q_{n+1}, f \in \mathcal{F}_m$ かつ $t \in RHS(Q, \mathcal{F}, m, n)$.

定義 13 (決定性[9]) マクロ木変換器 $M = \langle Q, \mathcal{F}, \mathcal{F}', q_0, R \rangle$ が決定的であるとは, $q \in Q_{n+1}$ と $f \in \mathcal{F}_m$ の各組に対して, 左辺が $q(f(x_1, \dots, x_m), y_1, \dots, y_n)$ である R に属する遷移規則が高々1つ存在するときをいう。マクロ木変換器が線形であるとは, R に属する任意の遷移規則の右辺において, 左辺の変数が高々1回出現するときをいう。すなわち, $q(f(x_1, \dots, x_m), y_1, \dots, y_n) \rightarrow t \in R$ ならば t が X_m において線形である。(パラメータに関する線形性の同様な概念は考えられていない。)

ここで, マクロ木変換器の例を与える。次の例は文献[9]中の例を改良したものである。

例 14 (文献[9]) 次の決定性マクロ木変換器 $M = \langle Q, \mathcal{F}, \mathcal{F}', q_0, R \rangle$ を考える。ここで, $Q = \{q_0, p\}$, $\mathcal{F} = \{f, a, b\}$, $\mathcal{F}' = \{g, d, e, c\}$ かつ R は次の遷移規則からなる:

$$R = \begin{cases} q_0(f(x)) \rightarrow p(x, q_0(x)) \\ q_0(a) \rightarrow e \\ p(a, y) \rightarrow g(y, y) \\ p(b, y) \rightarrow e \\ p(f(x), y) \rightarrow p(x, d(y)) \end{cases}$$

入力項を $f(a) \in T^{fin}(\mathcal{F})$ とする。このとき, 次の有限な書き換え列から出力項 $g(e, e)$ が得られる。

$$\begin{aligned} q_0(f(a)) &\rightarrow_M p(a, q_0(a)) \\ &\rightarrow_M p(a, e) \rightarrow_M g(e, e) \in T^{fin}(\mathcal{F}') \end{aligned}$$

5 正則項の木変換器による書き換え

本節では, 正則項の木変換器による書き換えについて述べる。

定義 15 (状態除去関数) $T = \langle Q, \mathcal{F}, \mathcal{F}', q_0, R \rangle$ を決定性トップダウン木変換器とする。木変換

器の遷移規則の集合 $R = \{q(f(x_1, \dots, x_n)) \rightarrow C[q_1(x_{i_1}), \dots, q_p(x_{i_p})] \mid n \geq 0, f \in \mathcal{F}_n, q, q_1, \dots, q_p \in Q, C \in T^{fin}(\mathcal{F}' \cup \{\square\}), C \neq \square, x_{i_1}, \dots, x_{i_p} \in \mathcal{V}_n\}$ を考える。いま, T から状態 q を取り除く関数を Θ とする。すなわち, $\Theta(T) = \{f(x_1, \dots, x_n) \rightarrow C[x_{i_1}, \dots, x_{i_p}] \mid n \geq 0, f \in \mathcal{F}_n, C \in T^{fin}(\mathcal{F}' \cup \{\square\}), C \neq \square, x_{i_1}, \dots, x_{i_p} \in \mathcal{V}_n\}$ と定義する。任意の $l \rightarrow r \in \Theta(T)$ に対して, l と r には状態 q は出現しないことに注意する。任意の $l \rightarrow r \in T$ に対して, $l = q(f(x_1, \dots, x_n))$, $r = C[q_1(x_{i_1}), \dots, q_p(x_{i_p})]$ かつ $x_{i_1}, \dots, x_{i_p} \in \mathcal{V}_n$ より, $\Theta(T)$ の規則は次のように書き換え規則の定義を満たす: 任意の $l \rightarrow r \in \Theta(T)$ に対して l と r は有限項であり, $l \notin \mathcal{V}$ かつ $\mathcal{V}(r) \subseteq \mathcal{V}(l)$ 。すなわち, $\Theta(T)$ は無限項書き換えシステムである。

次の例は, 文献[8]中の例を改良したものである。

例 16 ([8]) 例9中の非線形な決定性トップダウン木変換器 T を考える。 $\alpha = a(a(a(\dots)))$ とする。正則項を $s = f(\alpha, \alpha)$ とする。

$$\begin{aligned} q_0(s) &= q_0(f(\alpha, \alpha)) \\ &\rightarrow_T g(d(q_1(a(\alpha)), q_2(a(\alpha))), q_1(a(\alpha))) \\ &\rightarrow_T^* g(d(g(q_1(a(\alpha))), c(q_2(a(\alpha))), g(q_1(a(\alpha)))) \\ &\rightarrow_T^\omega g(d(\beta, \gamma, \beta)) \in T^{inf}(\mathcal{F}') \end{aligned}$$

ここで, $\beta = g(g(g(\dots)))$, $\gamma = c(c(c(\dots)))$ とする。このとき, $q_0(s) \rightarrow_T^\omega g(d(\beta, \gamma, \beta)) \in T^{inf}(\mathcal{F}')$ が成り立つ。すなわち, 正則項 s から T の強収束な無限書き換え列により正則項 t が得られる。いま, 決定性トップダウン木変換器 T から定義15中の状態除去関数 Θ により, 次の無限項書き換えシステム $\Theta(T)$ が得られる。

$$\Theta(T) = \begin{cases} f(x, y) \rightarrow g(d(y, x, x)) \\ a(x) \rightarrow g(x) \\ e \rightarrow b \\ a(x) \rightarrow c(x) \\ e \rightarrow h \end{cases}$$

$q_1(a(x)) \rightarrow g(q_1(x)), q_2(a(x)) \rightarrow c(q_2(x)) \in T$ に対して, 状態を取り除くと, $a(x) \rightarrow g(x), a(x) \rightarrow c(x) \in \Theta(T)$ となり, T が決定性トップダウン木変換器であっても, $\Theta(T)$ が直交な無限項書き換えシステムではない場合がある。 $q_1 \neq q_2$ より $q_1(a(x)) \neq q_2(a(x))$ である。 $q_1(e) \rightarrow b, q_2(e) \rightarrow h \in T$ に対しても, 同様

である。

例 17 次の線形な決定性トップダウン木変換器 $T = \langle Q, \mathcal{F}, \mathcal{F}', q_0, R \rangle$ を考える。このとき、 $Q = \{q_0, q_1\}, \mathcal{F} = \{f, a, e\}, \mathcal{F}' = \{g, d, b\}$ かつ R は次の遷移規則からなる：

$$R = \begin{cases} q_0(f(x, y)) \rightarrow g(d(q_1(y), q_1(x))) & (1) \\ q_1(a(x)) \rightarrow g(q_1(x)) & (2) \\ q_1(e) \rightarrow b & (3) \end{cases}$$

正則項を $s = f(\alpha, \alpha)$ とする。ここで、 $\alpha = a(a(a(\dots)))$ とする。

$$\begin{aligned} q_0(s) &= q_0(f(\alpha, \alpha)) \rightarrow_{\epsilon, T} g(d(q_1(\alpha), q_1(\alpha))) \\ &\rightarrow_{1^2, T} g(d(g(q_1(\alpha)), q_1(\alpha))) \\ &\rightarrow_{12, T} g(d(g(q_1(\alpha)), g(q_1(\alpha)))) \\ &\rightarrow_{1^3, T} g(d(g(g(q_1(\alpha))), g(q_1(\alpha)))) \\ &\rightarrow_{121, T} g(d(g(g(q_1(\alpha))), g(g(q_1(\alpha)))))) \\ &\rightarrow_{1^4, T} g(d(g(g(g(q_1(\alpha))), g(g(q_1(\alpha)))))) \\ &\rightarrow_{121^2, T} g(d(g(g(g(q_1(a(\dots))))), g(g(q_1(a(\dots)))))) \\ &\rightarrow_{1^5, T} \dots g(d(g(g(g(\dots))), g(g(g(\dots)))))) \in T^{inf}(\mathcal{F}'). \end{aligned}$$

このとき、 $q_0(s) \xrightarrow{\omega_T} t = g(d(\beta, \beta)) \in T^{inf}(\mathcal{F}')$ 。ここで、 $\beta = g(g(g(\dots)))$ とする。すなわち、正則項 s から T の強収束な無限書き換え列により、正則項 t が得られる。いま、 $\Theta(T)$ は直交な無限項書き換えシステムである。

$$\Theta(T) = \begin{cases} f(x, y) \rightarrow g(d(y, x)) \\ a(x) \rightarrow g(x) \\ e \rightarrow d \end{cases}$$

このとき、 $s \xrightarrow{\omega_{\Theta(T)}} t = g(d(\beta, \beta)) \in T^{inf}(\mathcal{F}')$ 。ここで、 $\beta = g(g(g(\dots)))$ とする。正則システム $E = \{x = f(y, y), y = a(y)\}$ と $F = \{x = g(d(y, y)), y = g(y)\}$ を考える。いま、 $s = E^*(x)$ が成り立つ。 $W = \{x, y\}$ とする。 E_x の W 上に書き換え規則を適用することにより、書き換えステップ $s \xrightarrow{\Gamma_{\Theta(T)}} t$ を得る。ここで、 $t = F^*(x)$ かつ $\Gamma = SP_{E_x}(W) = Pos(s)$ である。

次の例は、文献[8]中の例を改良したものである。

例 18 ([8]) 次の非線形な決定性トップダウン木変換器 $T = \langle Q, \mathcal{F}, \mathcal{F}', q_0, R \rangle$ を考える。ここで、 $Q = \{q_0\}, \mathcal{F} = \{f, a, b, e\}, \mathcal{F}' = \{g, c, d, h\}$ かつ

R を次の遷移規則からなる集合とする：

$$R = \begin{cases} q_0(f(x)) \rightarrow g(q_0(x), q_0(x)) \\ q_0(a(x)) \rightarrow c(q_0(x)) \\ q_0(b(x)) \rightarrow d(q_0(x)) \\ q_0(e) \rightarrow h \end{cases}$$

正則項を $s = f(\alpha)$ とする。ここで、 $\alpha = a(a(a(\dots)))$ とする。

$$\begin{aligned} q_0(s) &= q_0(f(\alpha)) \rightarrow_{\epsilon, T} g(q_0(\alpha), q_0(\alpha)) \\ &\rightarrow_{1, T} g(c(q_0(\alpha)), q_0(\alpha)) \rightarrow_{2, T} g(c(q_0(\alpha)), c(q_0(\alpha))) \\ &\rightarrow_{1^2, T} g(c(c(q_0(\alpha))), c(q_0(\alpha))) \\ &\rightarrow_{21, T} g(c(c(q_0(\alpha))), c(c(q_0(\alpha)))) \\ &\rightarrow_{1^3, T} \dots g(\beta, \beta) = t \in T^{inf}(\mathcal{F}') \end{aligned}$$

ここで、 $\beta = c(c(c(\dots)))$ とする。このとき、 $q_0(s) \xrightarrow{\omega_T} t = g(\beta, \beta)$ 。すなわち、正則項 s から T の強収束な無限書き換え列により、正則項 t を得る。いま、 $\Theta(T)$ は直交な無限項書き換えシステムである。

$$\Theta(T) = \begin{cases} f(x) \rightarrow g(x, x) \\ a(x) \rightarrow c(x) \\ b(x) \rightarrow d(x) \\ e \rightarrow h \end{cases}$$

正則システム $E = \{x = f(y), y = a(y)\}$ と $F = \{x = g(y, y), y = c(y)\}$ を考える。いま、 $s = E^*(x)$ が成り立つ。 $W = \{x, y\}$ とする。 E_x の W 上に書き換え規則を適用することにより、書き換えステップ $s \xrightarrow{\Gamma_{\Theta(T)}} t$ を得る。ここで、 $t = F^*(x)$ かつ $\Gamma = SP_{E_x}(W) = Pos(s)$ である。

次に、本研究の主定理を述べる。

定理 19 $T = \langle Q, \mathcal{F}, \mathcal{F}', q_0, R \rangle$ を非消去的な決定性トップダウン木変換器とする。ただし、 $\Theta(T)$ が直交な無限項書き換えシステムとなるような木変換器 T のみを考える。このとき、正則項 s に対して、 $q_0(s) \xrightarrow{\omega_T} t$ ならば t は正則項である。

(証明) 無限書き換え列 $q_0(s) \xrightarrow{\omega_T} t$ は強収束性をもつから、項 t は項 $q_0(s)$ の ω -正規形である。木変換器の遷移規則の集合 $R = \{q(f(x_1, \dots, x_n)) \rightarrow C[q_1(x_{i_1}), \dots, q_p(x_{i_p})] \mid n \geq 0, f \in \mathcal{F}_n, q, q_1, \dots, q_p \in Q, C \in T^{fin}(\mathcal{F}' \cup \{\square\}), C \neq \square\}$ の定義から、正則項 s に対して、 $q_0(s) \xrightarrow{\omega_T} t \in T^{inf}(\mathcal{F}')$ を満たす。このとき、正則項 s から直交な無限項書き換えシステム $\Theta(T)$ による無限書き換え列で、無限項 $t \in T^{inf}(\mathcal{F}')$ が得ら

れる． $s = E^*(x)$ である正則システムを E とする． $Dom(E) = Dom(F)$ を満たす正則システム F と次の条件を満たす集合 $W = Dom(E)$ をとる：任意の $y \in W$ に対して，書き換え規則 $l \rightarrow r \in \Theta(R)$ と代入 ρ が存在して， $E(y) = l\rho$ かつ $F(y) = r\rho$ ．このとき， $\Gamma = SP_{E_x}(W) = Pos(s)$ とすると $s \xrightarrow{\Gamma}_{\Theta(T)} t$ が成り立つ．よって，正則システム F は $t = F^*(x)$ を満たす．すなわち，無限項 t は正則項である． \square

定理 19 は決定性マクロ木変換器に対しては成立しない．これを反例をあげて示す．次の例は文献 [9] 中の例を改良したものである．

例 20 ([9]) 次のような決定性マクロ木変換器 $M = \langle Q, \mathcal{F}, \mathcal{F}', q_0, R \rangle$ を考える．ここで， $Q = \{q_0, q\}$, $\mathcal{F} = \{f, g, h, a\}$, $\mathcal{F}' = \{0, 1, +, exp\}$ かつ R は次の遷移規則からなる：

$$R = \begin{cases} q_0(f(x)) \rightarrow q(x, 0) \\ q(g(x), y) \rightarrow q(x, +(y, 1)) \\ q(h(x), y) \rightarrow +(exp(y), q(x, +(y, 1))) \\ q(a, y) \rightarrow exp(y) \end{cases}$$

このとき，正則項 $s = f(g(h(g(h(\dots))))))$ を考える．いま $\alpha = g(h(g(h(\dots))))$, $\beta = h(g(h(g(\dots))))$, $\gamma = +(0, 1)$ とする．

$$\begin{aligned} q_0(s) &\rightarrow_M q(\alpha, 0) \rightarrow_M q(\beta, \gamma) \\ &\rightarrow_M +(exp(\gamma), q(\alpha, +(\gamma, 1))) \\ &\rightarrow_M +(exp(\gamma), q(\beta, +(+(\gamma, 1), 1))) \\ &\rightarrow_M +(exp(\gamma), +(exp(+(+(\gamma, 1), 1)), \\ &\quad q(\alpha, +(+(+(\gamma, 1), 1), 1))) \\ &\rightarrow_M +(exp(\gamma), +(exp(+(+(\gamma, 1), 1)), \\ &\quad q(\beta, +(+(+(+(\gamma, 1), 1), 1), 1))) \\ &\rightarrow_M \dots +(exp(\gamma), +(exp(+(+(\gamma, 1), 1)), \\ &\quad +(exp(+(+(+(+(\gamma, 1), 1), 1), 1)), \dots))) \\ &= t \in T^{inf}(\mathcal{F}') \end{aligned}$$

このとき， $q_0(s) \xrightarrow{\omega}_M t$ である．すなわち，この無限書き換え列は強収束性をもつ．ここで，無限項 t の部分項集合 $\{\gamma, +(+(\gamma, 1), 1), +(+(+(\gamma, 1), 1), 1), 1), \dots\}$ は有限ではないから， t は正則項ではない．よって，正則項 s に対して， $q_0(s) \xrightarrow{\omega}_M t$ を満たす無限項 t は正則項とは限らない．上記のマクロ木変換器 M において， q は項数 2 の状態であることに注意する．また，

普通のトップダウン木変換器 $T = \langle Q, \mathcal{F}, \mathcal{F}', q_0, R \rangle$ では， Q は項数 1 のみの状態の集合であることに注意する．

6 まとめと今後の課題

本論文では，決定性トップダウン木変換器を用いて，正則項を無限に書き換えてその極限として無限項が得られるならば，その無限項は正則項であることを証明した．また，この結果は，決定性マクロ木変換器に対しては成立しないことを反例をあげて示した．

今後の課題は，決定性トップダウン木変換器と決定性マクロ木変換器以外の木変換器に対して本論文の結果が成立するのか調べることである．例えば，マクロ木変換器を制限した基本木変換器 [15] 等について考える必要がある．基本木変換器は状態の重なりを禁止することによりマクロ木変換器を自然に制限したものである．

謝辞

貴重なコメントを頂いた青戸等人氏（新潟大学）に感謝する．本研究は JSPS 科研費 22K119041A の助成を受けている．

参考文献

- [1] Aoto, T. and Ketema, J. : Rational Term Rewriting Revisited: Decidability and Confluence, *Proc. of the 6th International Conference on Graph Transformations*, ICGT 2012, LNCS 7562, Springer-Verlag, 2012, pp.172–186.
- [2] Baader, F. and Nipkow, T. : *Term Rewriting and All That*, Cambridge University Press, 1998.
- [3] Baker, B. S. : *Tree Transducers and Tree Languages*, Information and Control, Vol. 37, No. 3(1978), pp.241–266.
- [4] Comon, H., Dauchet, M., Gilleron, R., Jacquemard, F., Lugiez, D., L'oding, C., Tison, S. and Tommasi, M. : *Tree Automata Techniques and Applications*, 2008.
- [5] Corradini, A. and Gadducci, F. : Rational Term Rewriting, *Proc. of the 1st International Conference on Foundations of Software Science and Computation Structures*, FoSSaCS 1998, LNCS 1378, Springer-Verlag, 1998, pp.156–171.
- [6] Courcelle, B. : Fundamental Properties of Infinite Trees, *Theoretical Computer Science*, Vol. 25, No. 2(1983), pp.95–169.
- [7] Endrullis, J., Grabmayer, C., Hendriks, D., Klop, J. W. and de Vrijer, R. C. : Proving Infinitary

- Normalization, *Proc. of the International Workshop on Types for Proofs and Programs*, TYPES 2008, LNCS 5476, Springer-Verlag, 2009, pp.64–82.
- [8] Engelfriet, J. : Bottom-up and Top-down Tree Transformations – A Comparison, *Mathematical Systems Theory*, Vol. 9, No. 3(1975), pp.198-231.
- [9] Engelfriet, J. and Vogler, H. : Macro Tree Transducers, *Journal of Computer and System Sciences*, Vol. 31, No. 1(1985), pp.71–146.
- [10] Fulop, Z. and Vogler, H. : Weighted Tree Automata and Tree Transducers, In Droste, M., Kuich, W. and Vogler, H. (eds.), *Handbook of Weighted Automata*, Springer-Verlag, 2009, pp.313–403.
- [11] Ishizuka, M., Aoto, T. and Iwami, M. : Commutative Rational Term Rewriting, *Proc. of the 15th International Conference on Language and Automata Theory and Applications*, LATA 2021, LNCS 12638, Springer-Verlag, 2021, pp.200–212.
- [12] 岩見 宗弘, 青戸等人 : 無限項書き換えシステムにおける強頭部正規化可能性および一般生成性の自動反証, *コンピュータソフトウェア*, Vol. 29, No. 1(2012), pp.261–273.
- [13] Klop, J. W. and de Vrijer, R. C. : Infinitary normalization, In Artemov, S., Barringer, H. , d’Avila Garcez, A. S., Lamb, L.C. and Woods, J., (eds.), *We Will Show Them: Essays in Honour of Dov Gabbay*, Vol. 2, College Publications, 2005, pp.169–192.
- [14] Terese : *Term Rewriting Systems*, Cambridge University Press, 2003.
- [15] Vogler, H. : Basic Tree Transducers, *Journal of Computer and System Sciences*, Vol. 34, No. 1(1987), pp.87–128.
- [16] Zantema, H. : Normalization of Infinite Terms, *Proc. of the International Conference on Rewriting Techniques and Applications*, RTA 2008, LNCS 5117, Springer-Verlag, 2008, pp.441–445.