ヘドニックゲームにおける羨望に基づく公平性

上田 俊　西村 真由香

ヘドニックゲームは金銭等による利得の譲渡が不可能な場合を扱う提携形成モデルである．ヘドニックゲームの研究における主要なテーマのひとつは提携構造における安定性である．ヘドニックゲームにおける安定性は現在の提携構造から逸脱する誘因を持つエージェントがいないことを意味する．一方で，望ましい提携構造に関する性質としてエージェント間の公平性を考えることができる．本論文では，提携構造における羨望に基づく公平性に着目する．まず，無羨望性とコア安定性の関係を分析する．また，一般に無羨望な提携構造の存在は保証されないため，羨望の正当化によって解消する羨望を制限する．無羨望性と同様に，正当化された羨望のない提携構造の存在は保証できないが，コア安定性と関係が生じる．さらに解消する羨望を限定した，提携に対する羨望のない提携構造が常に存在することを示す．

Hedonic games are coalition formation games where payoff cannot be transferred (non-transferable utility games). The main focus of hedonic games has been on notion of stability. In this paper, however, we consider envy based fairness in hedonic games. We investigate emptiness of envy-free coalition structures and summarize the relationship with core stability.

1　はじめに

エージェント間で協調関係を結ぶことが可能な協力ゲームにおいて，エージェントを適切な提携に分割すること，すなわち提携構造の形成は重要な研究分野となっている．ヘドニックゲーム [2] は金銭等による利得の譲渡が不可能な場合を扱う提携形成モデルである．ヘドニックゲームの特徴は，エージェントの提携構造に対する選好がどのような提携に所属しているかによって決まる点である．ヘドニックゲームの研究における主要なテーマのひとつは提携構造における安定性であり，ナッシュ安定性，個人安定性，コア安定性といった解概念が提案され，これらの解概念の関係や安定な提携構造の存在条件が分析されている．また，計算機科学者によって，非空性判定問題の計算複雑性クラスの解析や安定な提携構造を求めるアルゴリズムの開発が行われている [1]．

一方で，望ましい提携構造に関する性質としてエージェント間の公平性を考えることができる．無羨望性は資源配分問題で主に用いられている公平性に関する性質であり，ある配分においてどのエージェントも他のエージェントへの配分よりも自分の配分を好むとき，その配分は無羨望であるという．ヘドニックゲームにおいては，ある提携構造においてどのエージェントも他のエージェントと置き換わる誘因を持たないとき，その提携構造は無羨望であるという．

本論文では，提携構造における羨望に基づく公平性に着目する．Aziz らは無羨望性とナッシュ安定性に関する分析を行っているため [1]，本論文では無羨望性とコア安定性の関係を分析する．また，無羨性はすべての羨望の解消を試みるが，一般にそれは困難であり，無羨望な提携構造の存在は保証されない．よって，羨望の正当化によって解消すべき羨望を制限することで，無羨望性の条件を緩和することを考える．無羨望性を緩和した解概念として，正当化された羨望のない提携構造とさらに緩和した提携に対する羨望の

Envy based fairness in hedonic games

Suguru Ueda, Mayuka Nishimura, 佐賀大学理工学部, Faculty of Science and Engineering, Saga University.

ない提携構造を分析する．

2 モデル

ヘドニックゲームは $(N, \succeq)$ の組で与えられる．$N = \{1, 2, \ldots, n\}$ はエージェントの集合であり，その部分集合 $S \subseteq N$ を提携と呼ぶ．提携構造 π はエージェントの集合 N の分割である．各エージェント i は，提携構造 π において必ずいずれかの提携に所属し，その提携を $\pi(i)$ と書く．また，$\mathcal{N}_i$ をエージェント i が含まれる提携の集合とする．$\succ = (\succ_1, \succ_2, \ldots, \succ_n)$ はエージェントの選好プロファイルであり，$\succ_i$ はエージェント i の $\mathcal{N}_i$ 上の選好を表す．

以下に，本論文で用いる解概念の定義を示す．

定義 1 (コア安定性)．提携 S に属するすべてのエージェント i が現在の提携 $\pi(i)$ より S を厳密に好む，つまり，$\forall i \in S, S \succ_i \pi(i)$ が成り立つとき，提携 S を提携構造 π のブロッキング提携と呼ぶ．ブロッキング提携のない提携構造をコア安定性を満たすといい，その集合をコア Π_C という．

定義 2 (無羨望性)．提携構造 π においてエージェント i, j に関して $(\pi(j) \setminus \{j\}) \cup \{i\} \succ_i \pi(i)$ が成り立つとき，i は j に対して羨望を持つという．羨望のない提携構造の集合を Π_{EF} で表す．

定義 3 (正当化された羨望)．提携構造 π において，エージェント i はエージェント j に対して羨望を持つとする．提携 $\pi(j)$ の j 以外のすべてのエージェント k に関して，$(\pi(j) \setminus \{j\}) \cup \{i\} \succ_k \pi(j)$ であるとき，エージェント i のエージェント j に対する羨望は正当化される．どのエージェントも正当化された羨望を持たない提携構造の集合を Π_{JEF} とする．

定義 4 (提携に対する羨望)．提携構造 π において，エージェント i が提携 $S \neq \pi(i)$ に所属するすべてのエージェントに対して正当化された羨望を持つとき，エージェント i は提携 S に対して羨望を持つとする．どのエージェントも提携に対して羨望を持たない提携構造の集合を Π_{EtCF} とする．

3 羨望に基づく解概念の非空性とコア安定性との関係

本論文では，羨望に基づいて公平な提携構造として，

1. 羨望のない，無羨望な提携構造 (Π_{EF})，
2. 正当化された羨望のない提携構造 (Π_{JEF})，
3. 提携に対する羨望のない提携構造 (Π_{EtCF})，

の 3 つを考察した．

表 1　羨望に基づく解概念の非空性

解概念	非空性
無羨望性	$\Pi_{EF} = \emptyset$ の場合あり
正当化された羨望	$\Pi_{JEF} = \emptyset$ の場合あり
提携に対する羨望	$\Pi_{EtCF} \neq \emptyset$

解概念の非空性，すなわち，その解概念を満たす提携構造の存在が保証されるか否かは，解概念に関する重要な問題のひとつである．表 1 にその結果をまとめている．

さらに本論文では，EF と JEF に関して，コア安定性との関係を分析した．EF とコア安定性との間には，$\Pi_{EF} \subseteq \Pi_C$ と $\Pi_C \subseteq \Pi_{EF}$ のどちらの包含関係も成り立たない．また，Π_{EF} と Π_C の両方が非空であったとしても，EF とコア安定性の両方を満たす理想的な提携構造が存在しない場合がある．

4 おわりに

本論文では，公平性に関する解概念として羨望に着目し，その非空性やコア安定性との関係を分析した．さらに，マッチング理論から正当化された羨望のアイデアを導入し，同様に，その非空性やコア安定性との関係を分析した．最後に，より解消する羨望の条件を強めた，提携に対する羨望を導入した．

今後の課題として，無羨望な提携構造や正当化された羨望のない公平な提携構造を計算するアルゴリズムの開発が挙げられる．

参考文献

[1] Aziz, H., Brandt, F., and Seedig, H. G.: Computing desirable partitions in additively separable hedonic games, *Artificial Intelligence*, Vol. 195(2013), pp. 316–334.

[2] Aziz, H. and Savani, R.: Hedonic Games, *Handbook of Computational Social Choice*, Brandt, F., Conitzer, V., Endriss, U., Lang, J., and Procaccia, A. D.(eds.), Cambridge University Press, 2016, pp. 356–376.